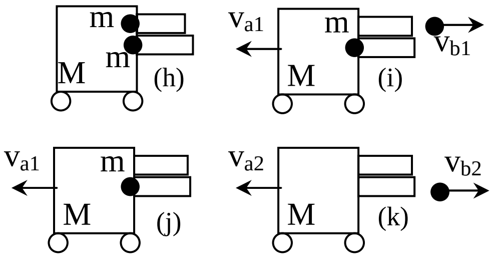
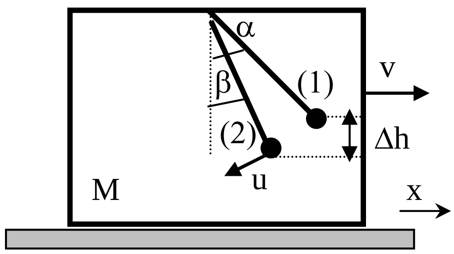
FISICA

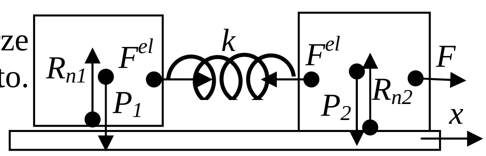
A.A. 2005-2006
Ingegneria Gestionale
Soluzioni della 7° prova



1. La quantità di moto del sistema si conserva tra l'istante *h* e l'istante *i* (prima e dopo la prima esplosione); infatti le forze esplosive sono forze interne e non danno contributo alla prima equazione cardinale. Si scrive quindi $\vec{p}_i = \vec{p}_h = 0$ perché il sistema inizialmente è in quiete. L'espressione diventa quindi $(M+m)\vec{v}_{a1} + m\vec{v}_{b1} = 0$. Il problema però non fornisce il valore della velocità assoluta del proiettile $\vec{v}_{b1}$ ma la sua velocità di uscita $\vec{v}_u$ relativa alla canna che non è ferma! Applicando le relazioni dei moti relativi si ha $\vec{v}_{b1} = \vec{v}_u + \vec{v}_{a1}$ che introdotta nell'altra equazione consente di trovare $\vec{v}_{a1} = -\vec{v}_u\left(\frac{m}{M+2m}\right)$. Dopo poco tempo si verifica una seconda esplosione dove si conserva ancora la quantità di moto tra gli istanti j e k. Possiamo pertanto scrivere $M\vec{v}_{a2} + m\vec{v}_{b2} = (M+m)\vec{v}_{a1}$ dove al solito $\vec{v}_{b2} = \vec{v}_u + \vec{v}_{a2}$.
Combinando le espressioni si ottiene $\vec{v}_{a2} = -\vec{v}_u\left(\frac{m(2M+3m)}{(M+m)(M+2m)}\right)$ con valore $v_{a2} = -2.64 m/s$.

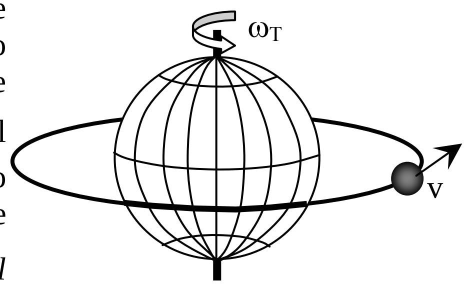


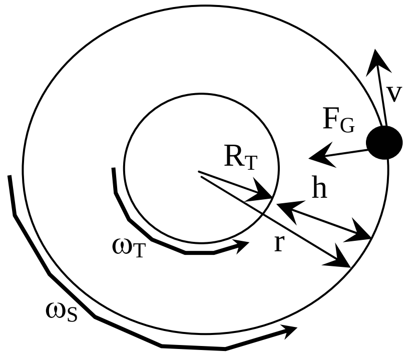
2. Al momento in cui viene rotto il filo di sostegno la massa *m* descrive un moto circolare partendo da fermo dal punto (1) ed arrivando al punto (2) con velocità $\vec{u}$ nel sistema relativo alla scatola. La scatola per reazione prende a muoversi con velocità $\vec{v}$ incognita. Il sistema scorre senza attrito sulla base di appoggio, quindi non ci sono forze esterne lungo l'asse delle *x* (cosa che non vale sull'asse verticale dove la reazione normale non è opposta alla forza peso!). Pertanto si conserva solo la componente x della quantità di moto del sistema tra (1) e (2). Pertanto $p_x^{(2)} = p_x^{(1)}$ e cioè $Mv_x + m(u_x + v_x) = 0$, dove $u_x = -u\cos(\beta)$ è negativa. Dal momento che non ci sono attriti si conserva anche l'energia meccanica del sistema e cioè $T^{(2)} + U^{(2)} = U^{(1)}$, quindi $\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}m\left[(v - u\cos(\beta))^2 + u^2 sin^2(\beta)\right] + mgl(1-\cos(\beta)) = mgl(1-\cos(\alpha))$, che combinate con le altre equazioni ed eliminando u si ottiene $v = \left[\sqrt{\frac{2m^2 gl(\cos\beta - \cos\alpha)\cos^2\beta}{(M+m)(M + msin^2\beta)}}\right] = 0.59\text{m/s}$.



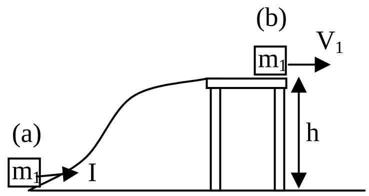
3. Decidiamo di considerare solo le forze agenti lungo l'asse *x*. Le forze lungo *y* infatti si equilibrano banalmente senza effetti sul moto. Applicando il II principio sia per la massa n.1 che per la n.2 si ottiene $\begin{cases} F - F_{el} = m_2 a_2 \\ F_{el} = m_1 a_1 \end{cases}$ che sommando membro a membro dà luogo alla prima equazione cardinale del sistema $F = m_1 a_1 + m_2 a_2 = (m_1 + m_2)a_c$. Nel sistema le due masse viaggiano alla stessa velocità ed accelerazione per cui $a_1 = a_2 = a_c = F/(m_1 + m_2)$. Questa condizione riportata nell'equazione della forza elastica porta a $F_{el} = k\Delta l = m_1 a_1 = F(m_1/(m_1+m_2))$ da cui $\Delta l = F/k\,(m_1/(m_1+m_2)) = 1.5mm$.

4. Affinché il satellite naturale si muova sull'orbita circolare "*equatoriale*" stabile rappresentata in figura (nello spazio e nel piano equatoriale), la forza di attrazione gravitazionale $F_G = GM_T m/r^2$ deve poter fornire l'accelerazione normale $a_n = v^2/r = \omega_S^2 \cdot r$ necessaria al satellite per descrivere l'orbita circolare. Applicando il II principio lungo la normale si ha $F_G = ma_n$ da cui si ottiene la velocità angolare del satellite $\omega_S = \sqrt{GM_T / r^3}$. La condizione di geostazionarietà del satellite *("…il satellite appare fermo per un qualunque osservatore terrestre")* si esprime imponendo che la velocità angolare del satellite ω_S sia uguale alla velocità angolare di rotazione terrestre $\omega_T = 2\pi / T_{rot}$ dove il periodo di rotazione terrestre è $T_{rot} = 24*3600\ s = 86400 s$. Da questa relazione $\omega_S = \omega_T$ si ottiene quindi $r = \sqrt[3]{GM_T / \omega_T^2} = \sqrt[3]{GM_T T_{rot}^2 / (4\pi^2)} = 42250\ km$ (distanza dal centro della terra). La quota h dalla superficie risulta quindi $h = r - R_T = 35880\ km$.





5. Il blocco ha inizialmente energia cinetica $T_a = \frac{1}{2} m_1 v_o^2 = \frac{I^2}{2m_1}$

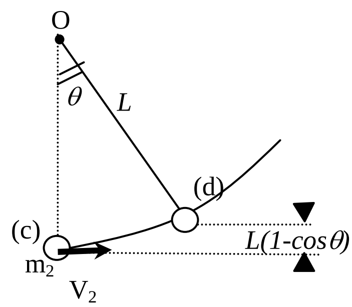


La velocità V_1 assunta dal blocco sul tavolo si calcola imponendo la conservazione dell'energia meccanica tra i punti (a) e (b).

$T_a = T_b + m_1 gh$ da cui $V_1 = \sqrt{(I/m_1)^2 - 2gh} =$ **2.32 m/s**

Assumendo l'urto elastico le velocità dopo l'urto sono $\begin{cases} V_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) V_1 = \frac{1}{3} V_1 = 0.77\, m/s \\ V_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) V_1 = \frac{4}{3} V_1 = 3.1\, m/s \end{cases}$

L'oscillazione massima del pendolo si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica tra i punti (c) e (d)

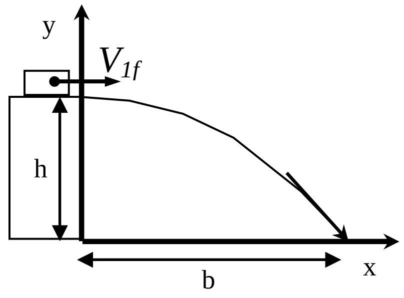


$T_c = \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = U_d = m_2 gL(1 - \cos\theta)$ da cui

l'angolo massimo di oscillazione è dato da $\theta = \arccos\left(1 - \frac{V_2^2}{2gL}\right) =$ **88° 49'**

Infine la distanza b dalla base del tavolo cui cade il primo blocco si ottiene studiando il moto parabolico del corpo di massa m_1 lanciato con velocità orizzontale V_{1f}

Lungo asse x $\begin{cases} x = V_{1f} t \\ v_x = V_{1f} \\ a_x = 0 \end{cases}$, lungo asse y $\begin{cases} y = h - gt^2/2 \\ v_y = -gt \\ a_y = -g \end{cases}$



tempo di volo si ottiene imponendo $y(t_v) = 0$ da cui $t_v = \sqrt{2h/g}$

mentre **la distanza dal tavolo vale** $b = y(t_v) = V_{1f} t_v = V_{1f} \sqrt{2h/g} =$ **0.35 m**