



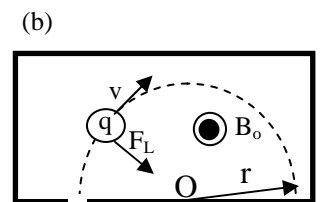
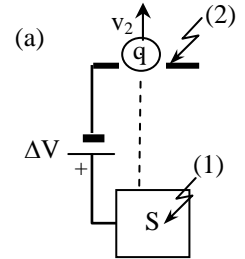
FISICA II

A.A. 2005-2006

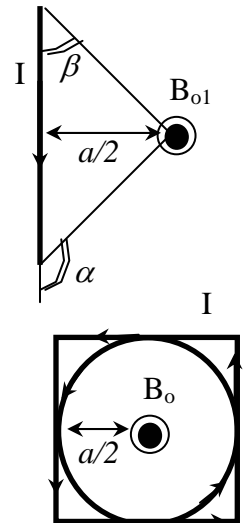
Ingegneria Gestionale

Soluzioni della 6^a prova

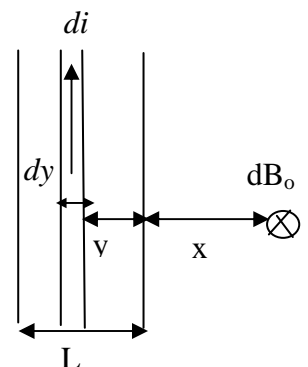
1. Lo ione prodotto nella camera S ed accelerato dalla differenza di potenziale ΔV , descrive inizialmente un moto rettilineo acquistando energia cinetica dalla posizione (1), alla posizione (2) di ingresso alla camera C (fig.a). Applicando la legge di conservazione dell'energia nelle due posizioni si ottiene $T_1 + U_1 = T_2 + U_2$ dove $U = qV$ è l'energia potenziale dello ione. Essendo la sua energia cinetica iniziale nulla $T_1 = 0$, l'equazione diventa $T_2 = q(V_1 - V_2) = q\Delta V$ da cui si ricava la velocità di ingresso $v_2 = \sqrt{2T_2/m} = \sqrt{2q\Delta V/m}$. Una volta entrato nella camera C lo ione subisce una forza di Lorentz $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}_o$, centripeta, che gli fa descrivere un moto circolare uniforme (fig.b). Applicando il II principio la forza di Lorentz deve produrre l'accelerazione normale del moto $F_L = qvB_o = ma_n = mv^2/r$, da cui si ricava il diametro della circonferenza $L = 2r = 2mv/(qB_o)$. La velocità v all'interno della camera C è in modulo costante e pari alla velocità di ingresso v_2 da cui $L = \sqrt{\frac{8m\Delta V}{qB_o^2}}$ e $m = \frac{qB_o^2 L^2}{8\Delta V}$.



2. La spira quadrata è formata da 4 tratti rettilinei di lato a percorsi dalla comune corrente I . Ciascun lato genera nel centro della spira un contributo di vettore induzione magnetica uscente dal piano del foglio. In generale il contributo B_{o1} generato da un segmento rettilineo vale $B_{o1} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{R}$ dove nel nostro caso essendo $\beta = \pi/4$, $\alpha = 3\pi/4$, $R = a/2$ si ottiene $B_{o1} = 2\sqrt{2} \frac{\mu_o I}{4\pi a}$. Anche gli altri tre lati generano singolarmente lo stesso contributo (in modulo, direzione e verso). Il valore complessivo è quindi $B_{quadrato} = 4B_{o1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\mu_o I}{a}$. Esso è inferiore al campo generato da una spira circolare di raggio $R = a/2$, che vale $B_{cerchio} = \frac{\mu_o I}{a}$. Il loro rapporto infatti vale $B_{quadrato}/B_{cerchio} = 2\sqrt{2}/\pi = 0.9$



3. Il nastro conduttore può pensarsi formato da un numero infinito di fili rettilinei di spessore infinitesimo dy sui quali scorre la corrente infinitesima di . Il valore di questa corrente si ottiene dalla proporzione $di:I = dy:L$ da cui $di = (I/L)dy$. Il vettore induzione magnetica infinitesimo dB_o creato dal generico filo distante $(x+y)$ dal punto di osservazione vale per Biot-Savart $dB_o = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{di}{x+y} = \frac{\mu_o I}{2\pi L} \frac{dy}{x+y}$ con direzione entrante nel piano del foglio. Il vettore induzione complessivo B_o si ottiene integrando il contributo infinitesimo dB_o al variare della posizione del filo y nell'intervallo $0 < y < L$, da



cui: $B_o = \int dB_o = \frac{\mu_o I}{2\pi L} \int_0^L \frac{dy}{x+y} = \frac{\mu_o I}{2\pi L} \ln\left(\frac{x+L}{x}\right) = \frac{\mu_o I}{2\pi L} \ln\left(1 + \frac{L}{x}\right)$ con il verso indicato in figura. Si noti come facendo tendere le dimensioni trasversali del nastro a zero ($L \rightarrow 0$), il termine

logaritmico tenda al valore $\ln\left(1 + \frac{L}{x}\right) \cong \frac{L}{x}$, ed il vettore induzione tenda correttamente al campo di

Biot-Savart generato da un filo infinito $B_o = \frac{\mu_o I}{2\pi x}$.

4. Sulla spira di altezza dx in figura 1, la carica in moto $dq = \sigma S = \sigma 2\pi r dx$ crea una corrente $di = dq/T = \omega dq/2\pi = \omega \sigma r dx$. Tale corrente genera un contributo al campo di induzione nel vertice pari a

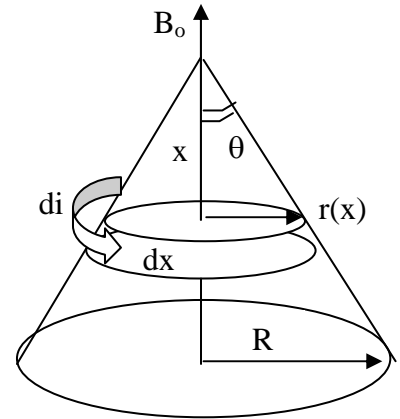
$$dB_o = \frac{\mu_o}{2} \frac{r^2 di}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_o \omega \sigma r^3}{2(r^2 + x^2)^{3/2}} dx \text{ diretto lungo l'asse. Sfruttando}$$

la relazione $r = x \cdot \text{tg}(\theta)$, si ottiene

$$dB_o = \frac{\mu_o \omega \sigma x^3 \text{tg}^3(\theta)}{2[x^2(1 + \text{tg}^2(\theta))]^{3/2}} dx = \frac{\mu_o \omega \cdot \sigma \cdot \sin^3(\theta)}{2} dx, \text{ che integrato su tutte}$$

le spire infinitesimi da 0 ad h dà luogo al campo $B_o = \frac{\mu_o \omega \cdot \sigma \cdot h \cdot R^3}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}$ o

equivalentemente in termini di $Q = \sigma \left(\frac{2\pi R \cdot \sqrt{R^2 + h^2}}{2} \right)$ si ottiene $B_o = \frac{\mu_o \omega \cdot Q \cdot h \cdot R^2}{2\pi (R^2 + h^2)^2}$



5. All'interno del solenoide è presente un vettore induzione magnetica uniforme di intensità $B_o = \mu_o n I$, diretto lungo l'asse del solenoide.

L'elettrone entra nel solenoide con una velocità \vec{v}_o che forma un angolo α con \vec{B}_o . Il moto elicoidale dell'elettrone può essere scomposto in un moto rettilineo uniforme lungo l'asse con velocità $v_o \cos \alpha$, ed un moto circolare uniforme nel piano ortogonale all'asse con velocità iniziale $v_o \sin \alpha$. In questo piano l'elettrone a causa della

forza di Lorenz $F_L = e v_o B_o \sin \alpha$, responsabile dell'accelerazione normale, parte dal punto dell'asse O e descrive un moto circolare uniforme orario di raggio r intorno al centro C . Applicando il II

principio $F_L = m a_n = m \frac{(v_o \sin \alpha)^2}{r}$ si ricava il raggio di curvatura

$$r = \frac{m v_o \sin \alpha}{e B_o} = \frac{m v_o \sin \alpha}{e \mu_o n I}. \text{ Affinchè l'elettrone non impatti con la}$$

superficie laterale del solenoide si deve avere $r < R/2$ che combinata con la precedente equazione

fornisce il valore minimo della corrente $I \geq I_{\min} = \frac{2 m v_o \sin \alpha}{e \mu_o n R} = 0.134 \text{ A}$

