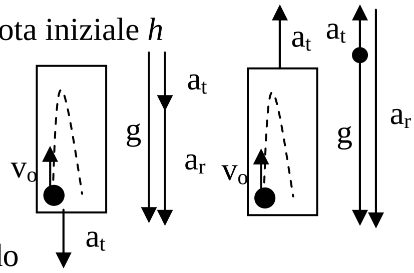
FISICA

A.A. 2007-2008
Ingegneria Gestionale
Soluzioni della 3° prova

1. Nel sistema fisso l'ascensore scende con accelerazione a_t a partire da una quota iniziale h



$\begin{cases} y = h - a_r t^2/2 \\ v_y = -a_r t \\ a_y = -a_r \end{cases}$ mentre la pallina descrive il moto $\begin{cases} y = h + v_o t - g t^2/2 \\ v_y = v_o - g t \\ a_y = -g \end{cases}$

imponendo $y_{ascensore}(t^*) = y_{pallina}(t^*)$ si trova il tempo $t^* = 2v_o/(g - a_t) = 1.03$ s

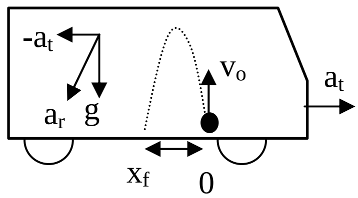
Nell'ascensore l'accelerazione relativa, avvertita all'interno, si ottiene sottraendo l'accelerazione di trascinamento (a_t) all'accelerazione assoluta (g) : $\vec{a}_r = \vec{a}_a - \vec{a}_t = \vec{g} - \vec{a}_t$

Le grandezze cinematiche nel mobile sono $\begin{cases} y = v_o t - a_r t^2/2 \\ v_y = v_o - a_r t \\ a_y = -(g - a_t) = -a_r \end{cases}$ con tempo di volo $t^* = \dfrac{2v_o}{g - a_t} = 1.03$ s

Rivoltando il verso dell'accelerazione di trascinamento il tempo diviene $t^* = 2v_o/(g + a_t) = 0.68$ s

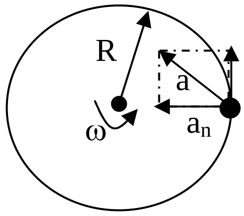
2. L'accelerazione relativa avvertita all'interno del treno si ottiene sottraendo l'accelerazione di trascinamento del treno (a_t) all'accelerazione assoluta (g) :

$$\vec{a}_r = \vec{a}_a - \vec{a}_t = \vec{g} - \vec{a}_t$$



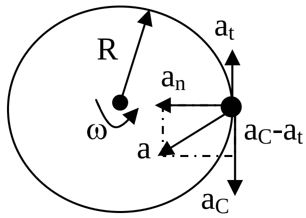
Proiettando l'accelerazione relativa lungo gli assi tangenziale (x) e normale (y) si ottengono le sue due componenti $a_{rx} = -a_t$ ed $a_{ry} = -g$ che integrate danno lungo l'asse x e lungo l'asse y $\begin{cases} y = v_o t - g t^2/2 \\ v_{ry} = v_o - g t \\ a_{ry} = -g \end{cases}$. Il tempo di volo si ottiene imponendo y(t*)=0 da cui t*=2v_o/g. Il punto di ricaduta del grave è quindi $x_f = x(t^*) = -2v_o^2 a_t / g^2 =$ -1.28 m ad una distanza di 1.28 m dal punto di lancio nella direzione opposta a quella dell'accelerazione del treno.

3. La giostra ruota con accelerazione angolare costante secondo le Eq. $\begin{cases} \varphi(t) = \alpha_0 t^2/2 \\ \omega(t) = \alpha_o t \\ \alpha = \alpha_o \end{cases}$



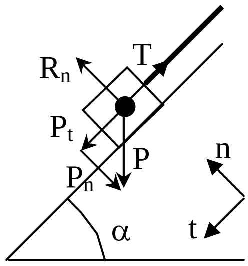
Il tempo al quale la velocità di rotazione raggiunge 0.1 giro al secondo è $\omega^* = \omega(t^*) = \alpha_o t^* = 0.1 \cdot 2\pi = 0.628\, rad/s$ ossia $t^* = 7.854$ s.

A quel tempo l'accelerazione tangenziale vale $a_t = \alpha_o R = 0.24$ m/s^2, l'accelerazione normale vale $a_n = \omega^{*2} R = \alpha_o^2 R t^{*2} = 1.184$ m/s^2, e quindi l'accelerazione totale è $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 1.208$ m/s^2. Se l'osservatore si muove in direzione radiale subisce anche una accelerazione di Coriolis $\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ di intensità $a_C = 2\omega^* v_r = 2\alpha_o t^* v_r = 1.257$ m/s^2 nella direzione tangenziale ma in senso opposto ad $\vec{a}_t$ (come riportato in figura). La nuova accelerazione tangenziale a_t' complessiva si ottiene quindi per sottrazione $a_t' = a_C - a_t = 1.017$ m/s^2



che combinata insieme all'accelerazione normale precedente dà luogo a $a = \sqrt{a_n^2 + a_t'^2} = \sqrt{a_n^2 + (a_C - a_t)^2} = 1.561$ m/s^2.

4. Le forze agenti sulla massa sono 3: la forza peso $P=mg$ diretta verticalmente, la reazione normale del piano inclinato R_n diretta lungo la normale n, e la tensione di sostegno della fune diretta lungo il piano inclinato opposta all'asse t.



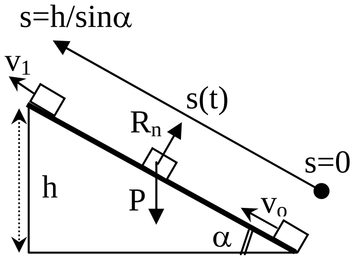
Applicando il II principio e proiettando le forze sui due assi t ed n si ottiene il sistema

$$\begin{cases} \hat{n} \quad R_n - P_N = ma_N = 0 \\ \hat{t} \quad P_t - T = ma_t = 0 \end{cases}$$

dove la forza peso viene decomposta secondo le sue proiezioni lungo gli assi t ($P_t=P\sin\alpha$) ed n ($P_n=P\cos\alpha$). Dalla seconda ricaviamo il valore della tensione $T = P_t = mg\sin\alpha = 28.1$ N.

Se la tensione viene ridotta del 50% al nuovo valore $T^* = P_t/2 = 14.1$ N, il blocco non può più rimanere in quiete e scivola a valle con accelerazione $a_t = \dfrac{P_t - T^*}{m} = \dfrac{P - T/2}{m} = \dfrac{P_t}{2m} = \dfrac{g}{2}\sin\alpha =$ 2.81 m/s^2

5. Il blocco è inizialmente fermo con quantità di moto nulla. Immediatamente dopo l'applicazione dell'impulso il blocco acqista una velocità inziale di lancio aumentando la propria quantità di moto $\Delta p = mv_o = I$ da cui si ricava la velocità iniziale $v_o = I/m = 5$m/s.



Nella salita il blocco è soggetto alla forza peso P ed alla reazione normale R_n. Proiettando le forze lungo la normale e la tangenziale si ottiene:

$$\begin{cases} \hat{n} \quad R_n - P\cos\alpha = 0 \\ \hat{t} \quad -P\sin\alpha = ma \end{cases}$$

da cui la **decelarazione** di salita $a = -g\sin\alpha$

per integrazione si ottiene la **velocità** $v(t) = v_o - gt\sin\alpha$

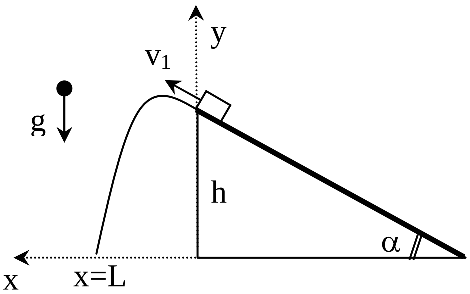
e per ulteriore integrazione lo **spazio percorso** $s(t) = v_o t - gt^2\sin\alpha/2$

Il **tempo di salita t*** si ottiene imponendo $s(t^*) = v_o t - gt^2\sin\alpha/2 = h/\sin\alpha$ e risolvendo la relativa equazione di 2° grado che fornisce la soluzione $t^* = \left(\dfrac{v_o - \sqrt{v_o^2 - 2gh}}{g\sin\alpha}\right) = 187$ ms. Si noti che è stata scartata la seconda soluzione con il segno + davanti al radicale. Questa corrisponderebbe ad un tempo successivo t**. Infatti se la rampa fosse infinitamente lunga il blocco, raggiunta la quota h nell'istante t*, la oltrepasserebbe per poi ridiscendervi a questo istante successivo t**

La **velocità di uscita** dalla rampa è quindi $v_1 = v(t^*) = v_o - gt^*\sin\alpha = \sqrt{v_o^2 - 2gh} = 4.37$ m/s.

Moto parabolico successivo all'istante t*:

Assumiamo di azzerare nuovamente il cronometro cominciando a contare il tempo t a partire da t*. Le equazioni cinematiche divengono ora



lungo x $\begin{cases} x(t) = v_1 t\cos\alpha \\ v_x = v_1\cos\alpha \\ a_x = 0 \end{cases}$ lungo y $\begin{cases} y(t) = h + v_1 t\sin\alpha - gt^2/2 \\ v_y = v_1\sin\alpha - gt \\ a_y = -g \end{cases}$

il tempo di volo del grave si ottiene dall'equazione:

$$y(t_v) = h + v_1 t_v \sin\alpha - gt_v^2/2 = 0 \quad \text{da cui } t_v = \frac{v_1}{g}\left[\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + \frac{2gh}{v_1^2}}\right]$$

da cui si ricava la gittata $L = \dfrac{v_1^2}{g}\left[\sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sqrt{\sin^2\alpha + \dfrac{2gh}{v_1^2}}\right] = 1.82$ m