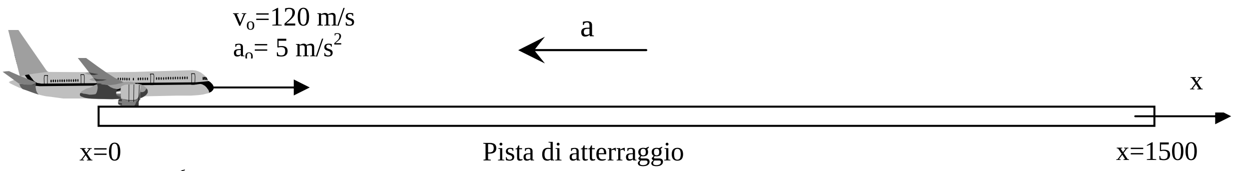
FISICA

A.A. 2007-2008
Ingegneria Gestionale
Soluzioni 1°prova

1. Il moto è rettilineo uniformemente ritardato con accelerazione costante negativa $a(t)=-a_o$ di valore assoluto $a_o=5m/s^2$. Il velivolo tocca il suolo all'istante iniziale $t=0$, in un punto che facciamo coincidere con l'origine del sistema di riferimento $x(t=0)=x_o=0$ con una velocità iniziale positiva $v(t=0)=v_o=400\,km/h$. Le equazioni della cinematica si ottengono integrando l'espressione dell'accelerazione come segue



$$\begin{cases} a(t) = -a_o \\ v(t) = v_o - a_o \cdot t \\ x(t) = x_o + v_o \cdot t - \dfrac{a_o}{2} \cdot t^2 \end{cases} \quad \text{con i seguenti valori iniziali} \quad \begin{cases} a_o = 5m/s^2 \\ v_o = 111m/s \\ x_o = 0 \end{cases}$$

Il tempo di arresto t_{fin} si trova annullando l'equazione della velocità $v(t_{fin})=v_o - a_o t_{fin}=0$ da cui si ricava $t_{fin} = v_o/a_o = 111/5 = 22.2s$. Dall'equazione dello spazio si ricava lo spazio di frenata come $x(t_{fin}) = v_o t_{fin} - a_o t_{fin}^2/2 = v_o^2/a_o - v_o^2/2a_o = v_o^2/2a_o = 1235m$. Essendo la pista leggermente più lunga (1500m) dello spazio di frenata tale aereo potrebbe riuscire ad atterrare!

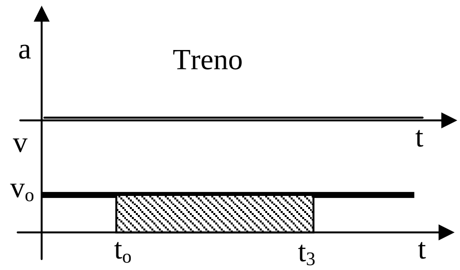
2. Il moto del treno è rettilineo uniforme mentre quello dell'autovettura è rettilineo vario. Se si indicano con t_o, t_1, t_2, t_3 gli istanti di tempo in cui l'auto rispettivamente comincia a decelerare (t_o), si ferma (t_1), comincia ad accelerare (t_2), riprende il moto rettilineo uniforme (t_3), si possono tracciare i grafici di accelerazione e velocità e scrivere le relazioni cinematiche

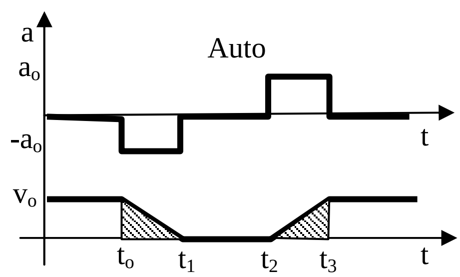
$$\{\forall t \qquad v_{treno}(t) = v_o$$

$$\begin{cases} t < t_o, & v_{auto}(t) = v_o \\ t_o \le t < t_1, & v_{auto}(t) = v_o - a_o(t - t_o) \\ t_1 \le t < t_2, & v_{auto}(t) = 0 \\ t_2 \le t < t_3, & v_{auto}(t) = a_0(t - t_2) \\ t \ge t_3, & v_{auto}(t) = v_o \end{cases}$$

DATI

$$\begin{cases} v_o = 33.3m/s \\ a_o = 2.5m/s \\ \Delta T = t_2 - t_1 = 45s \end{cases}$$





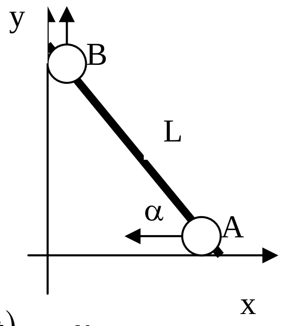
Gli intervalli di tempo si ricavano come segue:
l'intervallo di frenata t_1-t_o: dall'annullamento della velocità dell'auto in t_1 si ha $v(t_1)=v_o-a_o*(t_1-t_o)=0$ da cui $t_1 - t_o = v_o/a_o$
l'intervallo in cui accelera t_3-t_2: dal raggiungimento della velocità di regime in t_3 si ha $v(t_3)=v_o=a_o*(t_3-t_2)=0$ da cui $t_3 - t_2 = v_o/a_o$. Lo spazio percorso nell'intervallo da t_o a t_3,

si ottiene dal grafico delle velocità misurando l'area tratteggiata.

L'auto percorre uno spazio pari ai due triangoli $\Delta s_{auto} = \frac{1}{2}(t_1 - t_o)v_o + \frac{1}{2}(t_3 - t_2)v_o = \frac{v_0^2}{a_o} = 444m$

Nel frattempo il treno ha percorso lo spazio pari al rettangolo tratteggiato $\Delta s_{treno} = (t_3 - t_0)v_o = \left(\frac{v_o}{a_0} + \Delta T + \frac{v_0}{a_0}\right)v_0 = 2389m$. La differenza degli spazi percorsi *è quindi* $x_{treno}(t_3) - x_{auto}(t_3) = 1944m$

3. Il moto dei due oggetti A e B è vincolato dall'asta rigida che li collega. In particolare i due moti rettilinei avvengono sugli assi x ed y con equazioni orarie



$$x(t) = x_o - v_A t \qquad y(t) = \sqrt{L^2 - x^2(t)}$$

da cui le velocità

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = -v_A \qquad v_y(t) = \dot{y}(t) = \frac{-1}{2\sqrt{L^2 - x^2(t)}}\frac{dx^2(t)}{dt}$$

svolgendo la derivata si ottiene $v_y(t) = -\frac{2}{2}\frac{x(t)\cdot\dot{x}(t)}{\sqrt{L^2 - x^2(t)}} = -\frac{x(t)}{y(t)}v_x(t) = -\frac{v_x(t)}{tg(\alpha)} = \frac{v_A}{tg(\alpha)}$

Essendo per t=0, $\alpha(0)=30°$ si ottiene $v_B(0)=$ 3.46 cm/s

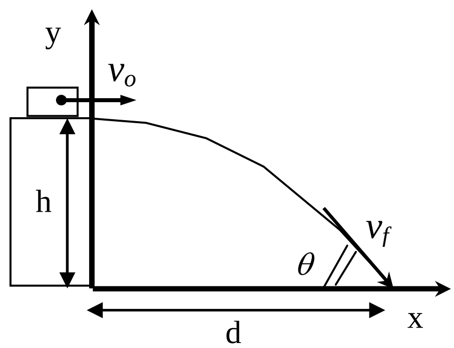
mentre per t*=2s, x(t*)= $L\cos(\alpha_o) - v_A t^* = 30.6$ cm, $\alpha(t^*) = ar\cos\left(\frac{x(t^*)}{L}\right) = 40°$,

da cui $v_B(t^*)=$ 2.38 cm/s .

4. Il moto del boccale è di tipo parabolico. Fissando gli assi *x* ed *y* come in figura i due moti componenti sono rispettivamente rettilineo uniforme (x) ed uniformemente accelerato (y)

$$\begin{cases} x(t) = v_o t \\ v_x = v_o \\ a_x = 0 \end{cases} \quad \text{ed} \quad \begin{cases} y(t) = h - gt^2/2 \\ v_y(t) = -gt \\ a_y = -g \end{cases}$$

Il tempo di volo *t** si ottiene dalla *y(t)* imponendo *y(t*)=0* da cui $t^* = \sqrt{2h/g}$, mentre la distanza *d* si ottiene dalla *x(t)* imponendo $x(t^*) = d = v_o t^*$



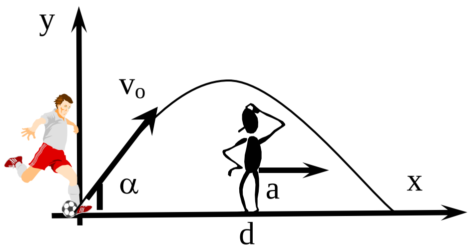
dalla quale si ricava la velocità $v_o = d/t^* = d\sqrt{g/2h} = 3.46 m/s$.

Per determinare la velocità finale dobbiamo calcolare le sue componenti al tempo *t**

che sono $\begin{cases} v_x = v_o = d\sqrt{g/2h} \\ v_y(t^*) = -gt^* = -\sqrt{2hg} \end{cases}$ (si noti come $v_y<0$ vista l'orientazione dell'asse.

L'angolo di caduta è $\theta = \arctan\left(\frac{|v_{y,fin}|}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{2h}{d}\right) = 0.85 rad \equiv 48°49'$

5. Il moto della palla è parabolico a causa dell'accelerazione di gravità. Le equazioni del moto sono $\begin{cases} a_y = -g \\ a_x = 0 \end{cases}$ da cui le velocità $\begin{cases} v_y = v_o sin\alpha - gt \\ v_x = v_o \cos\alpha \end{cases}$ ed i moti componenti $\begin{cases} y_p = v_o t sin\alpha - gt^2/2 \\ x_p = v_o t \cos\alpha \end{cases}$ (la palla all'istante iniziale è nell'origine). Il primo dato importante da ricavare è dove la palla andrà a finire (gittata) e quanto tempo impiega per arrivarci (t_{fin}).



L'informazione sul tempo t_{fin} si ricava imponendo y=0 nell'ultima equazione. L'equazione corrispondente di 2° grado ammette due soluzioni $\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = t_{fin} = \dfrac{2v_o \sin\alpha}{g} = 2.09 \quad s \end{cases}$ di cui è accettabile solo la seconda. La gittata è l'ascissa della palla nell'istante t_{fin} cioè $x_p(t_{fin}) = v_o t_{fin} \cos\alpha = 2v_o^2 \sin\alpha \cos\alpha / g = 59.0\,\mathrm{m}$. Il giocatore non appena vede come è stata lanciata la palla in $t=0$, prevedendo di essere scavalcato (d<59.0), si muove immediatamente di conseguenza nella direzione x con velocità iniziale nulla ed accelerazione uniforme a. Il moto del giocatore uniformemente accelerato è descritto da $x_g(t) = d + at^2/2$. Imponendo la coincidenza delle ascisse del giocatore e della palla al tempo t_{fin}, $x_g(t_{fin}) = x_p(t_{fin})$, si ottiene una accelerazione $a = 2\dfrac{x_p(t_{fin}) - d}{t_{fin}^2} = 17.86\, m/s^2$ irrealistica anche per i migliori atleti.