A. Fattori di conversione

Lunghezza

Unità fondamentale: $metro\,(m)$
1 centimetro $= 10^{-2}\,m$
1 micron $(\mu) = 10^{-6}\,m$
1 Angstrom$(\mathring{A}) = 10^{-10}\,m$
1 chilometro $= 10^{3}\,m$
1 pollice $(in) = 0,0254\,m$
1 miglio $(mi) = 1609\,m$
1 miglio marino $= 1852\,m$
1 mil $= 10^{-3}\,in = 2,54 \cdot 10^{-5}\,m$
1 anno-luce $= 9,46 \cdot 10^{15}\,m$

Superficie

Unità fondamentale: m^2

I fattori di conversione per le superfici si ottengono elevando al quadrato i corrispondenti fattori delle unità di lunghezza.

Volume

I fattori di conversione per i volumi si ottengono elevando al cubo i corrispondenti fattori delle unità di lunghezza.

1 litro $(l) = 1,000028 \cdot 10^{-3}\,m^3$

Massa

Unità fondamentale (kg)
1 grammo $= 10^{-3}\,kg$
1 unità di massa atomica (a.m.u.) $= 1,660 \cdot 10^{-27}\,kg$
1 $eV/c^2 = 1,113 \cdot 10^{-17}\,kg$

Tempo

Unità fondamentale: secondo (s)
1 minuto $= 60\,s$
1 ora $(h) = 3600\,s$
1 giorno $(d) = 86400\,s$
1 anno $= 3,56 \cdot 10^{7}\,s$

Velocità

Unità fondamentale: m/s
1 $cm/s = 10^{-2}\, m/s$
1 $km/h = 0,2778\, m/s$
1 mi/h , $(mph) = 0,4470\, m/s$

Forza

Unità fondamentale: newton (N)
1 dina $= 10^{-5}\, N$
1 kg-forza $= 9,807\, N$

Pressione

Unità fondamentale: Pascal Pa; $1Pa = 1\, N/m^2$
1 atmosfera $= 1{,}013 \cdot 10^5\, N/m^2$
1 $dina/cm^2 = 10^{-1}\, N/m^2$
1 mm Hg $(0^\circ\, C) = 1,333 \cdot 10^2\, N/m^2$
1 bar $= 10^5\, N/m^2$

Energia

Unità fondamentale: $joule\, (J)$
1 erg $= 10^{-7}\, J$
1 kwatt-ora $= 3,6 \cdot 10^6\, J$
1 eV $= 1,602 \cdot 10^{-19}\, J$
1 $kg \cdot c^2 = 8,897 \cdot 10^{16}\, J$ $(E = mc^2)$

Potenza

Unità fondamentale: watt (W)
1 kwatt $(kW) = 10^3\, W$
1 Megawatt $(MW) = 10^6\, W$
1 cavallo-vapore $= 745,7\, W$

B. Alcune costanti fisiche

Velocità della luce $(c) = 2,998 \cdot 10^8\, m/s$
Costante di Planck $(h) = 6,626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s$
Carica elementare $(e) = 1,602 \cdot 10^{-19}\, coulomb$
Numero di Avogadro $(N_A) = 6,022 \cdot 10^{23}\, molecole/mol$
Costante dei gas $(R) = 8,31\, J/(mol \cdot K)$
Costante di Boltzmann $(k_B) = 1,381 \cdot 10^{-23}\, J/K$
Costante gravitazionale $(G) = 6,673 \cdot 10^{-11}\, N \cdot m^2/kg^2$
Massa dell'elettrone $= 0,911 \cdot 10^{-30}\, kg$
Massa del protone $= 1,673 \cdot 10^{-27}\, kg$
Accelerazione di gravità media $= 9,807\, m/s^2$
Raggio medio della Terra $= 6,37 \cdot 10^6\, m$
Massa della Terra $= 5,98 \cdot 10^{24}\, kg$
Densità media della Terra $= 5,52 \cdot 10^3\, kg/m^3$
Distanza media Terra-Sole $= 1,49 \cdot 10^{11}\, m$
Massa del Sole $= 1,99 \cdot 10^{30}\, kg$
Densità dell'aria a $0°\, C$ e 1 atmosfera $= 1,293\, kg/m^3$

C. Formule matematiche

1. Trigonometria

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\quad \cos\theta = \frac{x}{r},\quad \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta},$$
$$\csc\theta = \frac{r}{y},\ \sec\theta = \frac{r}{x},\quad \cot\theta = \frac{x}{y}$$
$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

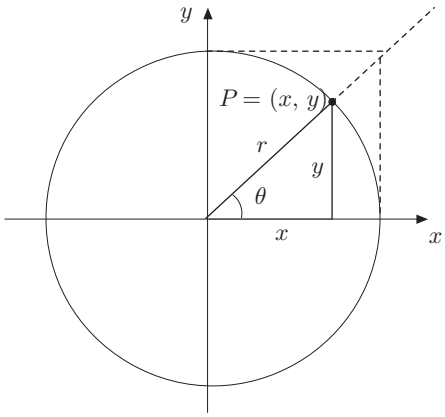

Fig. C.1

Formule di addizione

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$
$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

Formule di prostaferesi

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$
$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha - \beta)\right]$$
$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)\right]$$
$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)\right]$$

Formule di duplicazione e bisezione

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\alpha),\quad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\alpha)$$

Legge dei seni

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

teorema di Carnot

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

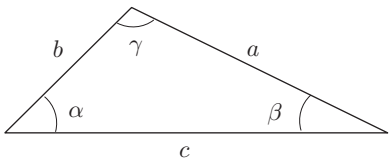

Fig. C.2

2. Logaritmi

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2,7182818...$$
$$x = e^y, \quad \Rightarrow \quad y = \ln x$$
$$x = 10^y, \quad \Rightarrow \quad y = \log x$$
$$\ln x = 2,303 \log x, \quad \log x = 0,434 \ln x$$

3. Numeri complessi

$$i^2 = -1, \quad i = \sqrt{-1}$$
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$
$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2} \quad \sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

4. Funzioni iperboliche

$$\sinh\theta = \frac{e^{\theta}-e^{-\theta}}{2} \quad \cosh\theta = \frac{e^{\theta}+e^{-\theta}}{2}$$
$$\cosh^2\theta - \sinh^2\theta = 1$$

5. Derivate di funzioni elementari

$$\begin{aligned}
y &= f(x) && \Rightarrow && y' = df/dx \\
y &= x^n && \Rightarrow && y' = nx^{n-1} \\
y &= e^x && \Rightarrow && y' = e^x \\
y &= e^{kx} && \Rightarrow && y' = ke^x \\
y &= a^x && \Rightarrow && y' = (\ln a)a^x \\
y &= \sin x && \Rightarrow && y' = \cos x \\
y &= \cos x && \Rightarrow && y' = -\sin x \\
y &= \ln x && \Rightarrow && y' = \frac{1}{x} \\
y &= f(x)g(x) && \Rightarrow && y' = f(x)\frac{dg}{dx} + g(x)\frac{df}{dx} \\
y &= \frac{f(x)}{g(x)} && \Rightarrow && y' = \frac{1}{[g(x)]^2}\left[f(x)\frac{dg}{dx} + g(x)\frac{df}{dx}\right] \\
y &= \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} && \Rightarrow && y' = \frac{1}{\cos^2 x} \\
y &= \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} && \Rightarrow && y' = -\frac{1}{\sin^2 x} \\
y &= f[\varphi(x)] && \Rightarrow && y' = \frac{df}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dx} \\
y &= e^{\varphi(x)} && \Rightarrow && y' = e^{\varphi(x)}\frac{d\varphi}{dx} \\
y &= \ln\varphi(x) && \Rightarrow && y' = \frac{1}{\varphi(x)}\frac{d\varphi}{dx} \\
x &= \varphi(y) && \Rightarrow && y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{d\varphi/dy} \\
y &= \sin^{-1} x && \Rightarrow && y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\
y &= \cos^{-1} x && \Rightarrow && y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\
y &= \tan^{-1} x && \Rightarrow && y' = \frac{1}{1+x^2} \\
y &= \sinh[u(x)] && \Rightarrow && y' = \cosh u\frac{du}{dx} \\
y &= \cosh[u(x)] && \Rightarrow && y' = \sinh u\frac{du}{dx}
\end{aligned}$$

6. Alcuni integrali indefiniti

(si omette la costante additiva)

$$
\begin{array}{lcl}
y = f(x) & \Rightarrow & Y = \int f(x)dx \\
y = cost & \Rightarrow & Y = cost \cdot x \\
y = x^n & \Rightarrow & Y = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} \\
y = \dfrac{1}{x} & \Rightarrow & Y = \ln x \\
y = e^{\alpha x} & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \\
y = a^x & \Rightarrow & Y = \dfrac{a^x}{\ln a} \\
y = \dfrac{1}{x^2 + a^2} & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{a} \tan^{-1} \dfrac{x}{a} \\
y = \dfrac{1}{x^2 - a^2} & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{2a} \ln \left(\dfrac{x-a}{x+a} \right) \quad (x > a) \\
y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} & \Rightarrow & Y = \ln \left(x + \sqrt{x^{\pm} a^2} \right) \quad (x^2 \pm a^2 > 0) \\
y = \dfrac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} & \Rightarrow & Y = \sin^{-1} \left(\dfrac{x}{a} \right) = \dfrac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\dfrac{x}{a} \right) \\
y = \dfrac{1}{a + bx} & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{b} \ln(a + bx) \\
y = \dfrac{x}{a + bx} & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{b^2} [a + bx - a \ln(a + bx)] \\
y = \sin x & \Rightarrow & Y = -\cos x \\
y = \cos x & \Rightarrow & Y = \sin x \\
y = \tan x & \Rightarrow & Y = -\ln(\cos x) \\
y = \cot x & \Rightarrow & Y = \ln(\sin x) \\
y = \sinh x & \Rightarrow & Y = \cosh x \\
y = \cosh x & \Rightarrow & Y = \sinh x \\
y = \sin^2 x & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{2} x - \dfrac{1}{4} \sin 2x \\
y = \cos^2 x & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} \sin 2x \\
y = \dfrac{1}{\sin x} & \Rightarrow & Y = \ln \left(\tan \dfrac{x}{2} \right) \\
y = \dfrac{1}{\cos x} & \Rightarrow & Y = \ln \left[\tan \left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{4} \right) \right] \\
y = \dfrac{1}{\sin^2 x} & \Rightarrow & Y = -\cot x \\
y = \ln x & \Rightarrow & Y = x \ln x - x \\
y = \dfrac{\ln x}{x} & \Rightarrow & Y = \dfrac{1}{2} (\ln x)^2
\end{array}
$$

Integrazione per parti

$$
y = \int u(x) dv(x) \quad \Rightarrow \quad Y = u(x)v(x) - \int v(x) du(x)
$$

7. Alcuni integrali definiti

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \pi$$
$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}$$
$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}$$

8. Sviluppi in serie di potenze

Sviluppo in serie di Taylor

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=x_0} + \frac{1}{2}(x - x_0)^2\left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)_{x=x_0} + \cdots + \frac{1}{n!}(x - x_0)^n\left(\frac{d^n f}{dx^n}\right)_{x-x_0} + \cdots$$

Se $x - x_0 \ll 1$:

$$f(x) \approx f(x_0) + (x - x_0)\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=x_0}$$

Sviluppo binomiale

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \cdots$$

Altri sviluppi in serie

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$$

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 + \cdots$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \cdots$$

Per $x \ll 1$, si ha

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx, \qquad e^x \approx 1 + x, \qquad \ln(1 + x) \approx x$$
$$\sin x \approx x, \qquad \cos x \approx 1, \qquad \tan x \approx x.$$